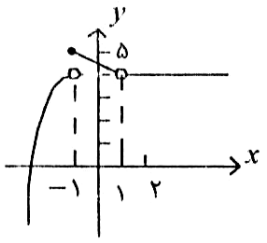
www.alm.loxblog.com

باسمه تعالی

سؤالات امتحان نهایی درس: حسابان	رشته: ریاضی و فیزیک	ساعت شروع: ۸ صبح	مدت امتحان: ۱۵۰ دقیقه
سال سوم آموزش متوسطه شیوه سالی واحدی (۲۰ نمره ای)		تاریخ امتحان: ۱۳۸۱/۰۳/۱۶	
دانش آموزان و داوطلبان آزاد شهر تهران در نوبت دوم سال تحصیلی ۸۱ - ۱۳۸۰		سازمان آموزش و پرورش شهر تهران **اداره سنجش وارزشیابی تحصیلی**	

ردیف	سؤالات	نمره
۱	توابع f و g با ضابطه های $f(x)=\frac{1}{x-1}$ و $g(x)=\sqrt{x+2}$ مفروضند. دامنه توابع f و g و gof را تعیین کنید. سپس ضابطه تابع gof را (در صورت وجود) بنویسید.	۱
۲	دامنه توابع روبرو را تعیین کنید. الف) $f(x)=\sqrt{x^2-9}$ ب) $g(x)=\frac{5x}{\lvert x-3\rvert-2}$	۱
۳	اگر α و β ریشه های معادله $x^2-4x-2=0$ باشند مقدار عددی عبارت $\frac{\alpha}{\beta+1}+\frac{\beta}{\alpha+1}$ را بدست آورید.	۱
٤	a , b را چنان بیابیدکه چندجمله ای $x^3+ax^2+2bx-3$ بر $x-3$ بخش پذیربوده وباقیمانده تقسیم آن بر $x-1$ برابر۴ − باشد.	۱
۵	درستی تساوی روبرو را ثابت کنید. $\frac{\cos 2x-\cos 4x}{\cos 2x+\cos 4x}=\tan x\tan 3x$	۱
٦	با توجه به نمودار تابع f حدود زیر را محاسبه کنید  الف) $\lim_{x\to(-1)^+} f(x)$ ب) $\lim_{x\to(-1)^-} f(x)$ ج) $\lim_{x\to 1} f(x)$ د) $\lim_{x\to 2} f(x)$	۱
۷	حدود زیر را محاسبه کنید. الف) $\lim_{x\to 2^+}\frac{x^2-4}{\lvert x-2\rvert}$ ب) $\lim_{x\to-\infty}\frac{3x^2+2}{4x^2-5x}$ ج) $\lim_{x\to 1}\frac{x-\sqrt{3x-2}}{x^2-1}$ د) $\lim_{x\to 0}\frac{\sin 2x}{\sqrt{1+\tan x}-\sqrt{1-\tan x}}$	۲
۸	معادلات خطوط مجانب قائم وافقی تابع $y=\frac{1}{\sqrt{x}}+\frac{1}{x+4}$ را در صورت وجود بنویسید.	۰/۷۵

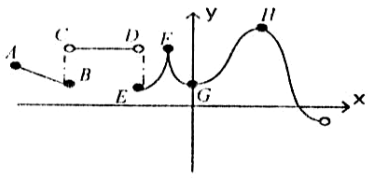
ادامه سؤالات در صفحه دوم

www.alm.loxblog.com

www.alm.loxblog.com

باسمه تعالی

سؤالات امتحان نهایی درس: حسابان	رشته: ریاضی و فیزیک	ساعت شروع: ۸ صبح	مدت امتحان: ۱۵۰ دقیقه
سال سوم آموزش متوسطه شیوه سالی واحدی (۲۰ نمره ای)		تاریخ امتحان: ۱۳۸۱/۰۳/۱۶	
دانش آموزان و داوطلبان آزاد شهر تهران در نوبت دوم سال تحصیلی ۸۱ - ۱۳۸۰		سازمان آموزش و پرورش شهر تهران اداره سنجش وارزشیابی تحصیلی	

۹	در تابع $f(x)=\begin{cases} ax^2+bx & x<2 \\ \lvert x\rvert & x=2 \\ a\sin(x-2)+b & x>2 \end{cases}$ ضرایب a و b را چنان بیابید که تابع در $x=2$ پیوسته باشد .	۱/۲۵
۱۰	۱ - مشتق بگیرید (ساده کردن مشتق الزامی نیست) الف) $y=\sqrt[3]{1-4x}$ ب) $y=2\cos^3(x^2-5x)$ ج) $y=(3x^2-5x)^2$ ۲ - اگر $f'(x)=x^2+x$ باشد مشتق $y=f(\sin x)$ را محاسبه کنید . (y'_x)	۱/۷۵
۱۱	با توجه به شکل زیر نقاط ماکزیمم نسبی و می نیمم نسبی تابع F و نقاط بحرانی آن را تعیین کنید. 	۱/۷۵
۱۲	مساحت دایره ای به شعاع R را در نظر گرفته آهنگ آنی تغییر مساحت دایره را نسبت به R در $R_0=4$ بیابید.	۰/۷۵
۱۳	مشتق پذیری تابع F با ضابطه $F(x)=[x](x-1)$ را در $x_0=1$ بررسی کنید . ([ ] نماد جزء صحیح)	۱
۱۴	تابع $y=ax^3+bx^2+cx+d$ مفروض است ضرایب a,b,c,d را چنان بیابید که $M(1,2)$ نقطه ماکزیمم تابع بوده و نقطه عطف منحنی بر مبدأ مختصات منطبق باشد.	۱/۲۵
۱۵	جدول تغییرات و نمودار تابع $y=2\cos x-1$ را در فاصله $[0\ ,\ 2\pi]$ رسم کنید .	۱/۵
۱۶	محیط مستطیلی ۲۰۰ متر است.ابعادآنرا چنان بیابیدکه مساحت مستطیل ماکزیمم شود .	۰/۷۵
۱۷	ابتدا نمودار تابع $y=\lvert 4-2x\rvert$ را رسم کنید و با استفاده از نمودار آن حاصل $\int_{-2}^{5}\lvert 4-2x\rvert dx$ را حساب کنید . «موفق باشید»	۱/۲۵
	جمع نمرات	۲۰

www.alm.loxblog.com

www.alm.loxblog.com

باسمه تعالی

راهنمای تصحیح سؤالات امتحان نهایی درس: حسابان	رشته: ریاضی و فیزیک	ساعت شروع: ۸ صبح
سال سوم آموزش متوسطه شیوه سالی واحدی (۲۰ نمره ای)		تاریخ امتحان: ۱۳۸۱/۰۳/۱۶
دانش آموزان و داوطلبان آزاد شهر تهران در نوبت دوم سال تحصیلی ۸۱ - ۱۳۸۰		سازمان آموزش و پرورش شهر تهران **اداره سنجش وارزشیابی تحصیلی**

ردیف	راهنمای تصحیح
۱	$D_f = R - \{1\}, D_g = [-2,+\infty)$ (۰/۲۵) $D_{gof} = \{x \in D_f \mid f(x) \in D_g\} = \left\{x \in R - \{1\} \mid \frac{1}{x-1} \geq -2\right\} = \left(-\infty, \frac{1}{2}\right] \cup (1,+\infty)$ (۰/۲۵) $gof(x) = g(f(x)) = \sqrt{\frac{1}{x-1} + 2}$ (۰/۲۵)
۲	الف) $x^2 - 9 \geq 0$ یا $\lvert x\rvert \geq 3 \rightarrow (-\infty,-3] \cup [+3,+\infty)$ (۰/۲۵) (۰/۲۵) ب) $\lvert x-3\rvert - 2 \neq 0 \rightarrow \lvert x-3\rvert \neq 2$ (۰/۲۵) $\rightarrow$, $x-3 \neq 2 \rightarrow x \neq 5$, $x-3 \neq -2 \rightarrow x \neq 1$ $D_g = R - \{5,1\}$ (۰/۲۵)
۳	$\alpha + \beta = 4$ (۰/۲۵) $\alpha\beta = -2$ $\frac{\alpha(\alpha+1)+\beta(\beta+1)}{(\alpha+1)(\beta+1)} = \frac{\alpha^2+\beta^2+\alpha+\beta}{\alpha\beta+\alpha+\beta+1} = \frac{(\alpha+\beta)^2-2\alpha\beta+\alpha+\beta}{\alpha\beta+\alpha+\beta+1} = \frac{(4)^2-2(-2)+4}{-2+4+1} = \frac{24}{3} = 8$ (۰/۲۵) (۰/۵)
٤	$x-3=0 \rightarrow x=3 \rightarrow 27+9a+6b-3=0 \rightarrow 3a+2b=-8$ (۰/۲۵) $x-1=0 \rightarrow x=1 \rightarrow 1+a+2b-3=-4 \rightarrow a+2b=-2$ (۰/۲۵) $\Rightarrow \begin{cases} 3a+2b=-8 \\ a+2b=-2 \end{cases} \rightarrow a=-3,\ b=\frac{1}{2}$ (۰/۲۵) (۰/۲۵)
۵	$\frac{\cos 2x - \cos 4x}{\cos 2x + \cos 4x} = \frac{-2\sin\left(\frac{2x+4x}{2}\right)\sin\left(\frac{2x-4x}{2}\right)}{2\cos\frac{2x+4x}{2}\cos\frac{2x-4x}{2}}$ (۰/۲۵) $= \frac{\sin 3x \sin x}{\cos 3x \cos x}$ (۰/۲۵) $= \tan 3x \times \tan x$ (۰/۲۵)
٦	الف) ۵ (۰/۲۵) ب) ۴ (۰/۲۵) ج) ۴ (۰/۲۵) د) ۴ (۰/۲۵)

ادامه راهنمای تصحیح در صفحه دوم

www.alm.loxblog.com

www.alm.loxblog.com

باسمه تعالی

راهنمای تصحیح سؤالات امتحان نهایی درس: حسابان	رشته: ریاضی و فیزیک	ساعت شروع: ۸ صبح
سال سوم آموزش متوسطه شیوه سالی واحدی (۲۰ نمره ای)		تاریخ امتحان: ۱۳۸۱/۰۳/۱۶
دانش آموزان و داوطلبان آزاد شهر تهران در نوبت دوم سال تحصیلی ۸۱ - ۱۳۸۰		سازمان آموزش و پرورش شهر تهران اداره سنجش وارزشیابی تحصیلی

۷

الف) $\lim_{x\to ۲^+}\frac{x^۲-۴}{x-۲}=\lim_{x\to ۲^+}=(x+۲)=۴$ (۰/ ۵)

ب) $\frac{۳}{۴}$ (۰/ ۵)

ج) $\lim_{x\to ۱}\frac{\left(x-\sqrt{۳x-۲}\right)\left(x+\sqrt{۳x-۲}\right)}{(x-۱)(x+۱)\left(x+\sqrt{۳x-۲}\right)}=\lim_{x\to ۱}\frac{(x-۱)(x-۲)}{x^۲-۳x+۲}=\frac{-۱}{۲(۲)}=-\frac{۱}{۴}$ (۰/۵)

د) $\lim_{x\to ۰}\frac{\sin ۲x\left(\sqrt{۱+\tan x}+\sqrt{۱-\tan x}\right)}{۱+\tan x-۱+\tan x}=\lim_{x\to ۰}\frac{\sin ۲x\left(\sqrt{۱+\tan x}+\sqrt{۱-\tan x}\right)}{۲\tan x}=۲$ (۰/۲۵)

(۰/۲۵)

۸

$x\rangle ۰$, $x+۴\neq ۰\to x\neq -۴$ $\Rightarrow x\rangle ۰\to D=(۰,+\infty)$ (۰/۲۵)

$\lim_{x\to ۰^+} y=+\infty$ قائم مجانب $x=۰$ (۰/۲۵)

$\lim_{x\to +\infty} y=۰$ افقی مجانب $y=۰$ (۰/۲۵)

۹

$\lim_{x\to ۲^-} f(x)=۴a+۲b$ (۰/۲۵)

$\lim_{x\to ۲^+} f(x)=b$ (۰/۲۵)

$f(۲)=۲$

$\Rightarrow \underset{(۰/۲۵)}{۴a+۲b}=\underset{(۰/۲۵)}{b}=۲\to a=-\frac{۱}{۲}$ (۰/۲۵)

ادامه راهنمای تصحیح در صفحه سوم

www.alm.loxblog.com

www.alm.loxblog.com

باسمه تعالی

راهنمای تصحیح سؤالات امتحان نهایی درس: **حسابان**	رشته: **ریاضی و فیزیک**	ساعت شروع: **۸ صبح**
سال سوم آموزش متوسطه شیوه سالی واحدی (۲۰ نمره ای)		تاریخ امتحان: ۱۳۸۱/۰۳/۱۶
دانش آموزان و داوطلبان آزاد شهر تهران در نوبت دوم سال تحصیلی ۸۱ - ۱۳۸۰		سازمان آموزش و پرورش شهر تهران **اداره سنجش وارزشیابی تحصیلی**

۱۰

۱- الف) $y' = \dfrac{-۴}{۳\sqrt[۳]{(۱-۴x)^۲}}$ (۰/۲۵)

ب) $y' = ۶Cos^۲(x^۲-۵x)(۲x-۵)(-Sin(x^۲-۵x))$ (۰/۵)

ج) $y' = ۲(۳x^۲-۵x)(۶x-۵)$ (۰/۵)

۲- $y' = Cos\,x \cdot f'(Sin\,x) = Cos\,x.(Sin^۲x + Sinx)$ (۰/۲۵) (۰/۲۵)

۱۱

A, B, D تا C از E, F, G, H نقاط بحرانی (۰/۷۵)

B, E, G, D تا C از می نیمم نسبی (۰/۵)

F, H و D تا C از ماکزیمم نسبی (۰/۵)

۱۲

$f(R) = A = \pi R^۲$ (۰/۲۵) $f'(R) = A' = ۲\pi R$ (۰/۲۵) $f'(R) = ۸\pi$ (۰/۲۵) $\dfrac{dA}{dR} = ۸\pi$

۱۳

$$F'(۱) = \lim_{X\to ۱}\frac{F(x)-F(۱)}{x-۱} = \lim_{X\to ۱}\frac{[x](x-۱)}{x-۱} = \begin{cases}\lim\limits_{X\to ۱^-}[x] = ۰ & (۰/۲۵)\\ \lim\limits_{X\to ۱^+}[x] = ۱ & (۰/۲۵)\end{cases}$$

(۰/۲۵)

$\Rightarrow$ F در $x_۰ = ۱$ مشتق پذیر نیست (۰/۲۵)

۱۴

$M(۱,۲) \to ۲ = a+b+c+d$

$y' = ۳ax^۲ + ۲bx + c \to ۳a + ۲b + c = ۰$

$y'' = ۶ax + ۲b \to ۰ = ۲b \to \boxed{b = ۰}$ (۰/۲۵) (۰/۲۵)

$(۰,۰) \to ۰ = ۰+۰+۰+d \to d = ۰$ (۰/۲۵)

$$\begin{cases} a+c = ۲ & \boxed{a = -۱} \ (۰/۲۵)\\ ۳a+c = ۰ & \boxed{c = ۳} \ (۰/۲۵)\end{cases}$$

ادامه راهنمای تصحیح در صفحه چهارم

www.alm.loxblog.com

www.alm.loxblog.com

باسمه تعالی

راهنمای تصحیح سؤالات امتحان نهایی درس: **حسابان**	رشته: **ریاضی و فیزیک**	ساعت شروع: **۸ صبح**
سال سوم آموزش متوسطه شیوه سالی واحدی (۲۰ نمره ای)		تاریخ امتحان: **۱۳۸۱/۰۳/۱۶**
دانش آموزان و داوطلبان آزاد شهر تهران در نوبت دوم سال تحصیلی ۸۱ - ۱۳۸۰		سازمان آموزش و پرورش شهر تهران **اداره سنجش وارزشیابی تحصیلی**

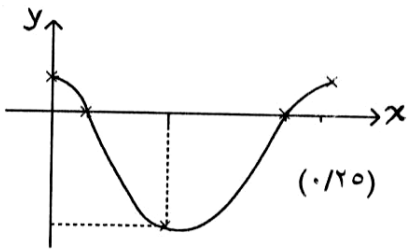
۱۵

$y=0 \rightarrow Cos\,x=\frac{1}{2} \rightarrow x=\frac{\pi}{3}$ و $\frac{5\pi}{3}$ (۰/۲۵) $\qquad x=0 \rightarrow y=1$ (۰/۲۵)

$y'=-2Sin\,x$ (۰/۲۵) $\qquad y'=0 \rightarrow Sin\,x=0 \rightarrow x=0$ و π و 2π (۰/۲۵)

x	۰	$\frac{\pi}{3}$	π	$\frac{5\pi}{3}$	2π
y'	۰	−	۰	+	۰
y	۱ ↘	۰ ↘	−۳ ↗	۰ ↗	۱

(۰/۲۵)



(۰/۲۵)

۱۶

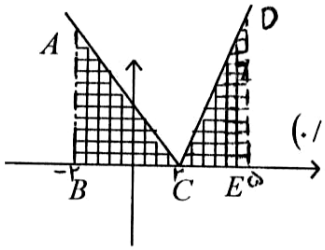
$2(x+y)=200 \rightarrow x+y=100 \rightarrow y=100-x$

$xy=x(100-x)=100x-x^2=f(x)$ (۰/۲۵) $\rightarrow$ (۰/۲۵) $\begin{cases} f'(x)=100-2x \\ f'(x)=0 \end{cases} \rightarrow \begin{matrix} x=50 \\ y=50 \end{matrix}$ (۰/۲۵)

۱۷

$y=|4-2x|$

$y=4-2x$



شکل (۰/۵)

$S_{ABC}=\frac{AB\times BC}{2}=\frac{8\times 4}{2}=16$ (۰/۲۵)

$S_{CDE}=\frac{CE\times DE}{2}=\frac{3\times 6}{2}=9$ (۰/۲۵)

$\rightarrow \int_{-2}^{5}|4-2x|dx=16+9=25$ (۰/۲۵)

همکاران محترم ضمن عرض سلام وخسته نباشید
لطفا برای راه حل های درست دیگر بارم را به تناسب تقسیم فرمائید . با تشکر

www.alm.loxblog.com